Деятельность учителя математики по формированию положительной мотивации обучающихся

Тысячекратно цитируется применительно к школе древняя мудрость: можно привести коня к водопою, но заставить его напиться нельзя. Да, можно усадить детей за парты, добиться идеальной дисциплины. Но без пробуждения интереса, без внутренней мотивации освоения знаний не произойдет; это будет лишь видимость учебной деятельности.

Как же пробудить у ребят желание «напиться» из источника знаний? Как мотивировать познавательную активность? Над этой проблемой настойчиво работают учителя, методисты, психологи. Поэтому и придумывают учителя различные «завлекалочки» на уроках — игры, слайды и т.д. Но все это — внешняя мотивация. А успешность учебной деятельности и, в конечном счете, качество образования зависят от мотивации внутренней. Поэтому педагоги должны держать проблемы мотивированности в поле внимания, и работать в этом направлении постоянно.

Формирование учебной мотивации без преувеличения можно назвать одной из центральных проблем современной школы. Ее актуальность обусловлена самой учебной деятельностью, обновлением содержания обучения, формированием у школьников приемов самостоятельного приобретения знаний, развития активности. Сегодня наиболее острые проблемы в области обучения и воспитания связаны с демотивированностью основной массы школьников, следовательно, со снижением базовых показателей их обученности и воспитанности. Для разных ребят учебная деятельность имеет различный смысл. Выявить характер мотивации — смысла учения для школьника — значит определить меры педагогического влияния, способы работы с этим школьником.

В каждом классе у нас разные дети, с разными способностями, склонностями и предпочтениями... К великому сожалению, у гуманитарно-ориентированных людей математика нередко вызывает отторжение, а то и отвращение. Как заинтересовать гуманитариев таким непростым школьным предметом, как математика? Как помочь увидеть ее изящество и красоту? Одна из существенных трудностей в работе с такими детьми — это преодоление у школьников отношения к математике как к ненужному для будущей профессиональной деятельности и потому второстепенному предмету. У обучающихся наибольшим интересом пользуются вопросы из истории математики, прикладные аспекты, занимательный материал.

Основными формами работы на уроке для гуманитариев являются: объяснение учителем нового материала, деловые игры, выполнение индивидуальных заданий с привлечением научно — популярной литературы. У гуманитариев богаче воображение, сильнее проявляются эмоции. Учет этих особенностей обучающихся объясняет широкое применение в преподавании математики различных нетрадиционных форм урока, литературных минуток, исторических экскурсов, привлечение большого количества наглядности и дополнительной литературы. И поэтому для повышения учебной мотивации, для создания комфортной обстановки, для облегчения процесса приобретения и сохранения знаний на уроках математики полезно использовать имеющийся исторический материал.

Известный теоретик R.Viau считал, что учитель должен заранее обдумывать стратегию обучения и предложил ряд рекомендаций:

– начните преподавание темы с исторического момента или задачи, связанной с темой занятия;

– организуйте знания в форме схем, которые позволяют выделить связи между основными концепциями;

– приведите примеры, которые могут заинтересовать учеников;

– используйте аналогии;

– представьте план лекции в форме вопросов;

– выражайте уверенность в способностях учеников;

– окажите слабым ученикам такое же внимание, что и сильным;

– предотвратите конкурентные ситуации, при которых слабые ученики могут быть не в выигрыше:

– избегайте возможности выразить пренебрежение, связанное с неудачей ученика;

– демонстрируйте интерес к успехам учеников.

Взаимосвязь факторов формирования положительной мотивации к учению.

Сформировать устойчивый интерес к предмету у подростка невозможно, применяя или выделяя один фактор формирования положительной мотивации к учению. Необходимо, чтобы они работали совместно.

Во-первых, организуя учебную деятельность, необходимо создать для обучающихся проблемную ситуацию, вместе с ними поставить цель и определить задачи, создавая тем самым установку на необходимость изучения того или иного материала. Очень важно для создания и поддержания мотивации к учебной деятельности, чтобы предложенный материал был понятен, чтобы у обучающихся возникали только положительные эмоции от процесса деятельности, чтобы они чувствовали удовлетворение от проделанной работы, от преодоления всех трудностей, с которыми они встретились. Немаловажную роль здесь играет организация рефлексии на уроке. И самое главное, чему мы должны учить детей в соответствии со стандартами второго поколения, чтобы они видели практическую значимость изучения той или иной темы и смогли применить полученные знания на практике. Это и есть реализация деятельностного подхода в образовании.

Во-вторых, это организация коллективной работы на уроке. Ее можно применять на любых этапах урока, на любых видах уроков, на любых темах. Групповая форма тем хороша, что каждый отвечает за общий результат, чувствует свою ответственность перед другими и знает, что ему всегда помогут, если в этом возникнет необходимость. Эта форма втягивает в активную работу даже слабо мотивированных обучающихся.

В-третьих, в формировании мотивации большую роль играет и оценка результатов деятельности. Нужно, чтобы ребенок был всегда уверен в ее объективности, в том, что ему всегда помогут, если в этом будет необходимость, воспринимал ее полезной для своего дальнейшего роста. Поэтому, оценивая детей, надо стараться, чтобы оценка, будь она качественная или количественная, мотивировала учеников, продвигала их в своем развитии.

В-четвертых, немаловажную роль на формирование мотивов учения оказывает стиль педагогической деятельности учителя. Очень важно, чтобы дети были откровенны на уроке, высказывали свое мнение, спрашивали, если им что-то непонятно, не боясь, что они ошибутся и их за это накажут. Только при демократическом стиле учителя можно говорить об осознанном восприятии материала.

Роль задач с практическим применением в развитии предметной мотивации

Ответ на вопрос «Как возбудить интерес к математике?» неоднозначен. Всё зависит от интересов индивидуума. Очевидно, необходимо проанализировать личностные механизмы, активизирующие и регулирующие мотивационную роль практики к учебной дисциплине.

Можно выделить ряд стадий усвоения учебного материала:

1) база понимания формируется на основе наблюдения и эксперимента, выполняет стимулирующую функцию;

2) теоретический уровень достигается в ходе осмысления всей системы эмпирических предпонятий и взаимосвязей между ними;

3) активизация стремления учащихся к применению теоретических сведений на практике формируется, когда понятие и способы деятельности получают некоторые конкретные, содержательные интерпретации.

Реализация данной схемы происходит на протяжении всего процесса обучения математике в школе. Тем не менее, она предусматривает доминирование различных мотивационных факторов в зависимости от возрастного диапазона.

На первой стадии изучение математики представляет собой процесс эмпирического познания, где главная роль принадлежит наблюдению и эксперименту (вычисление, измерение, конструирование и т.д.). Здесь основной мотивационный фактор – это стремление связать усваиваемый материал с собственным практическим опытом. Принцип связи теории с практикой требует гармоничной связи научных знаний с практикой.

Важность этого принципа объясняется тем, что практика является отправной точкой процесса познания и критерием истины. В процессе преподавания математики связь с практикой обеспечивается при помощи практических работ или решения упражнений и задач. Практика доказывает необходимость полученных знаний и этим повышает мотивационный уровень учения математики. Любую задачу можно ориентировать на повышение творческих способностей и повышение мотивации учения математики.

Поэтому на следующем этапе, хотя роль практики перестаёт быть доминирующей, тем не менее, она все же остаётся важным средством мотивировки рассмотрения того или иного фрагмента содержания и возбуждения первоначального интереса к нему. Здесь математический факт является результатом решения чисто математической задачи.

На следующем этапе мотивационная роль практики выражается в реализации её мировоззренческой функции. Такая реализация возможна через показ применения изучаемого математического материала смежных курсов и других школьных дисциплин, рассмотрение истории возникновения и эволюции математических понятий и методов, знакомство с элементами математического моделирования реальных состояний и процессов, лежащих в основе овладения прикладной математической идеологией. При этом осознание роли математических знаний, как важнейшего компонента человеческой культуры, становится одним из ведущих мотивационных факторов, которые обеспечивают осознанное стремление учащихся к применению усвоенного материала в смежных предметах и реальной жизненной практике.

Текстовые задачи являются основным средством демонстрации практической значимости математических знаний. При помощи решения текстовых задач учащиеся знакомятся с основным математическим методом познания действительности – методом моделирования, который предполагает построение математической модели, воспроизводящей особенности исходной реальной ситуации; выбор пути исследования этой модели и его реализацию; анализ и истолкование полученных количественных и качественных результатов.

Каждый человек должен знать, что практически ежедневно мы сталкиваемся, сознательно или не сознательно, с решением математических задач.

Задача Герона Александрийского (I в. До н.э.) ***(Задача 1)***

Из-под земли бьют четыре источника. Первый заполняет бассейн за 1 день, второй - за 2 дня, третий - за 3 дня, четвёртый - за 4 дня. Сколько времени потребуется четырём источникам вместе, чтобы заполнить бассейн?
При решении можно использовать следующий алгоритм:

1. Сколько бассейнов заполняют все источники за 1 день:
2. Сколько времени потребуется, чтобы заполнить 1 бассейн:

На основании этой задачи можно составить различные однотипные задачи, используя следующую общую задачу:

Задача 2

- *Из под земли бьют источников. Первый заполняет бассейн за m_1 дней, второй - за m_2 дней,..., n-й - за m_n дней. Сколько времени потребуется всем источникам вместе, чтобы заполнить бассейн?*

Частные формулировки общей задачи можно изменить и по содержанию. Для этого вместо «источников» можно взять бригаду, автобусный парк и т.д.

Роль дидактических игр в повышении мотивации изучения математики

Повышение интереса к математике зависит, в большей степени, от того, насколько умело построена учебная работа. Особенно в V –VIII классах надо позаботиться о том, чтобы каждый учащийся работал активно и увлечённо. Для этого необходимо развить у обучающихся чувство любознательности и познавательного интереса. Немаловажная роль для решения этой задачи отводится дидактическим играм. Дидактические игры в V-VIII классах можно рассматривать не только как возможность эффективной организации взаимодействия учителя и учащихся с присущими им элементами соревнования, но и как метод формирования исследовательских навыков.

Создание игровых ситуаций повышает настроение учащихся, облегчает преодоление трудностей в понимании и усвоении учебного материала. Дидактические игры на уроках математики следует отличать от игры и игровых форм занятий, от забавы. Игра в учебном процессе должна носить обучающий характер. Важным моментом при применении дидактических игр является дисциплина. В зависимости от цели урока для дидактических игр:

– определяется игровой замысел дидактической игры;

– определяются правила игры;

– определяются правила поведения и игровые действия учащихся;

– определяется познавательное содержание;

– учитывается наличие необходимого оборудования (технических средства обучения: компьютера, диапозитивов, таблиц, моделей и т.д.).

Все указанные структурные элементы дидактической игры должны быть взаимосвязанными.

Задачи занимательного характера и исторические экскурсы

Для формирования положительной мотивации к обучению на уроках математики школьников подросткового возраста (V-VIII класс), необходимо, применяя все факторы мотивации учебной деятельности обучающихся. Это и содержание учебного материала, организация учебной деятельности, коллективные формы деятельности, оценка результатов учебной деятельности, демократический стиль общения с детьми. Но результативнее всего получается формирование мотивации через содержание учебного материала и в первую очередь через применение исторического материала на уроках математики. Привлечение фактов из истории математики необходимо практиковать в преподавании регулярно, структурируя весь исторический материал по определенной теме по трем содержательным линиям:

1.Биографии ученых.

2.История возникновения и развития математического понятия.

3.Исторические задачи.
Средствами эмоционального воздействия являются необычность, новизна, неожиданность, несоответствие ранним представлениям, элементы занимательности.

Так. при изучении темы «Арифметическая прогрессия» полезно сообщить учащимся следующие сведения из истории математики, которые связаны с формулой суммы *n* первых членов арифметической прогрессии. Речь идёт об эпизоде из жизни немецкого математика К. Ф. Гаусса (1777-1855). Когда ему было 9 лет, учитель, занятый проверкой работ учеников других классов, задал на уроке следующую задачу: *«Сосчитать сумму натуральных чисел от 1 до 40 включительно»*. Какого же было удивление учителя, когда один из учеников (это был Гаусс) через минуту воскликнул: «Я уже решил…»
Большинство учеников после долгих подсчётов получили неверный результат. В тетради Гаусса было написано одно число и притом верное. Вот схема рассуждений.

- Сумма чисел в каждой паре 41.
- Таких пар 20, поэтому искомая сумма равна $41 \cdot 20 = 820$.

Исторические моменты при изучении конкретных тем, биографии знаменитых математиков следует сочетать с примерами проблем, решённых ими, которые просты

ИНТЕРЕСНЫЙ УРОК – ПУТЬ К ПОВЫШЕНИЮ МОТИВАЦИИ

Давно замечено, что в процессе обучения, как правило, школьники лишь “впитывают” в себя новую информацию. Формы же их активности отличаются монотонностью, а источники обучения не отличаются разнообразием. И если ребенок остается пассивным на уроке изо дня в день, из недели в неделю, то развитие его познавательных способностей ограничивается лишь простым воспроизведением содержания предмета. Как правило, и учитель задает чаще стереотипные вопросы, направленные на воспроизведение материала урока. На то, чтобы ученики могли высказать свое мнение, не остается времени.

Математика обладает огромными возможностями для умственного развития учеников, благодаря всей своей системе, исключительной ясности и точности своих понятий, выводов и формулировок.

Математика - это обширная страна, границы которой открыты для любого, кто по-настоящему любит думать. Она отражает в человеческом сознании захватывающую гармонию природы. Стоит отметить тот факт, что нельзя овладеть математикой путем лишь заучивания, зубрежки. Она требует сосредоточения, усердия и терпения. Необходимо поверить в то, что воспитание ума, культуры мышления учащихся, несмотря на сложность этого, казалось бы, косвенного пути, обеспечивает более высокие результаты в обучении математике.

Хорошо известно, что одним из главных условий осуществления деятельности, достижения определенных целей в любой области является мотивация. А в основе мотивации лежат, как говорят психологи, потребности и интересы личности. Следовательно, чтобы добиться хороших успехов в учебе школьников, необходимо сделать обучение желанным процессом.

К. Бальмонт еще в прошлом веке дал напутствие: «Умей творить из самых малых крох, иначе для чего же ты кудесник?»

Для развития интереса к предмету и любознательности следует использовать:

- все возможности учебного материала: новые необычные факты, ваш или еще чей-то оригинальный взгляд на события, яркие наглядные пособия, изготовление самоделок и т.д.

- задачи, загадки, головоломки и игры, демонстрирующие понятия, которым мы обучаем;

- музыкальное сопровождение, яркие плакаты, относящиеся к изучаемому материалу;

- новое оформление классного помещения и парты (обстановка, которая давно не менялась, порождает скуку, пассивность).

Вспомним, что французский писатель Анатоль Франс отмечал: «Лучше усваиваются те знания, которые поглощаются с аппетитом».

Известный дидакт, одна из ведущих разработчиков проблемы формирования интереса в процессе учебы – Щукина Г.И. считает, что интересный урок можно создать за счет следующих условий:

- личности учителя (очень часто даже скучный материал, объясняемый любимым учителем, хорошо усваивается);
- содержания учебного материала (когда ребенку просто нравится содержание данного предмета);
- методов и приемов обучения.

Если первые два пункта не всегда в нашей власти, то последний – поле для творческой деятельности любого преподавателя.

Обратим внимание на некоторые требования к современному уроку. С позиций современной педагогической науки следует выделить следующее:

1. Учитель по возможности должен стараться на уроке обратиться к каждому ученику не по одному разу, а не менее 3–5 раз, т.е. осуществлять постоянную «обратную связь» – *корректировать непонятное или неправильно понятое.*
2. Ставить оценку ученику не за отдельный ответ, а за несколько (на разных этапах урока) – *вводить забытое понятие поурочного балла.*
3. Постоянно и целенаправленно заниматься пробуждением и совершенствованием качеств, лежащих в основе развития познавательных способностей: быстроты реакции, всех видов памяти, внимания, воображения и т.д. Основная задача каждого учителя – не только научить (в нашем случае – математике), а развить мышление ребенка средствами своего предмета.
4. Стараться, когда это возможно, интегрировать знания, связывая темы своего курса как с родственными, так и другими учебными дисциплинами, обогащая знания, расширяя кругозор учащихся.

Чтобы добиться этого необходимо вводить в процесс обучения **развивающие приемы**, повышающие интерес к предмету, а следовательно, и активность детей. Что же это за приемы? Приведем некоторые примеры.

Разминки: этот прием *фронтальной работы,* вовлекающий в деятельность весь класс, развивает быстроту реакции, умение слушать и слышать вопрос, четко и конкретно мыслить. Интересно, что в этом случае работают даже те дети, которые обычно молчат, поскольку интеллектуально пассивны или стесняются публичных ответов. Разминка занимает 5–7 минут.

В чем смысл данного вида работы? Он проводится или на этапе проверки домашнего задания или первичного усвоения, когда вопросы очень просты (репродуктивные) и требуют однозначный, быстрый ответ, проверяющий знания и внимание детей, умение слушать и слышать вопрос.

Если устную разминку проводить в начале урока перед объяснением новой темы, то она должна включать не только вопросы на проверку домашнего задания, но и актуализацию опорных понятий, пройденных раньше (неделю, месяц, год назад), которые необходимо восстановить в памяти ребенка.

Детям предлагается как можно быстрее, хором отвечать на вопросы (их обычно 15–20) и самостоятельно оценивать себя: в случае правильного ответа ставить себе в тетради заметку. В конце разминки учитель объясняет, за сколько ответов можно поставить себе «+».

При использовании приема «Буквенный диктант» вопросы формулируются из соответствующей темы по математике, из любых предметов школьного курса и даже из кроссвордов. Прием ценен для развивающего обучения, но еще мало разработан как в теории, так и в практике.

Числовой диктант**:** при использовании этого приема дети вспоминают два понятия, пытаются сохранить их в памяти, а затем по заданию учителя совершают между ними какое-либо действие и ответ записывают в тетрадь. Чем он интересен? *Во-первых,* устный счет сам по себе полезен на уроках математики. *Во-вторых*, мы не просто даем возможность считать, а подсчитывать вещи (понятия, величины, единицы...), знание которых входит в базовый минимум школьной программы не только по данному предмету, т. е. мы пытаемся расширить кругозор детей. *В-третьих,* давая аналогичное задание для самостоятельного конструирования, мы ненавязчиво заставляем школьников еще раз прочитать текст учебника, поскольку без этого они не смогут выполнить предлагаемую работу, а она для них очень интересна.

Цифровой диктант**:** этот прием, пришедший к нам из программированного обучения, где основой является идея о постоянной обратной связи, очень эффективно используется для быстрой фронтальной проверки усвоения и закрепления знаний. Учитель произносит некоторое утверждение и, если ученик согласен, то он ставит единицу (1), если нет – нуль (0). В результате получается число. Все, кто получил правильное число, получают «плюс» за работу (балл за данный этап урока).
Подобные диктанты с большим удовольствием составляют сами учащиеся и подбирают вопросы из многих учебных предметов. Аналогичные задания можно дать на дом или на уроке.

Приемы повышения интереса учащихся к обучению, о которых было сказано, на практике показали их высокую эффективность не только для качественного формирования знаний, но и для развития познавательных способностей школьников, их общенаучных умений и навыков для повышения мотивации их деятельности, создания ситуации успеха и творческой активности.

Выводы.

В своем выступлении я стремилась показать, что при обучении математике в школе имеются огромные возможности для развития творческого мышления учащихся и что на всех этапах процесса обучения при изучении каждой темы можно создать условия для активизации мышления. Все предлагаемые технологии и методы формирования мотивации учебной деятельности при изучении математики проверены в практической работе, которая доказала их эффективность.

Выбор технологии и методов формирования мотивации учебной деятельности:

1) глубоко связан с содержанием обучения;

2) предполагает предварительный анализ знаний и мотивационного уровня обучающихся;

3) предполагает учёт конкретной ситуации;

4) зависит от цели занятия;

5) определяется психологическими особенностями возраста учащихся.

Эффективность указанных приёмов связана, прежде всего, с раскрытием жизненной значимости изучаемых вопросов и с воздействием на эмоции и чувства учащихся, которые формируют сильную внутреннюю мотивацию учения. Средствами эмоционального воздействия являются новизна, занимательность, необычность, неожиданность, несоответствие прежним представлениям. Практическая направленность содержания учебных проблем является мощным средством создания внутренней мотивации обучения математике для дальнейшего развития личности и подготовки к будущей профессиональной деятельности.

Фрагменты уроков по теме «Понятие процента. Задачи на проценты» в 5 классе.

1) Тема урока: «Понятие процента».

1) Сообщение учителя.

Много ли соли в морской воде? Этот вопрос можно понимать по-разному. Например, сколько весит вся соль, растворенная в морях и океанах? А можно и так: сколько соли содержится в ведре морской воды? Ответить на первый вопрос «очень просто». Достаточно знать ответ на второй и еще знать, сколько же ведер воды содержится в морях и океанах. Жители приморских городов и поселков могут попробовать ответить и на второй вопрос. Для этого достаточно набрать ведро морской воды, поставить его на огонь и греть, пока вся вода не выкипит, а затем взвесить всю оставшуюся на дне соль. Вот только можно ли утверждать, что у соседа получится столько же? Видимо нет. Его ведро может быть больше или меньше, или просто он набрал не так полно и в результате будет выпаривать другое количество воды, а потому получит другое количество соли. И столько премудростей ради какой – то морской воды! Взять да и попробовать на вкус – соленая она или не очень. Хорошо, воду можно попробовать, но нам иногда точно нужно знать содержание металла в руде, жира в молоке, химических веществ в лекарстве. Для этого были введены проценты. Сначала начали считать отношения, затем ответы стали записывать только в виде десятичной дроби и верными стали первые две цифры после запятой, остальной погрешностью пренебрегали. В переводе с латыни «процент» - это сотая часть. Была придумана специальная запись: %. Говорят, что этот знак, признанный всем миром, возник из-за ошибки наборщика, у которого сломалась литера. Запись отношений стала удобна, исчезли нули и запятые, а символ % сразу указывает, что перед нами относительная величина, а не граммы, рубли или литры. Проценты были известны индусам еще в v веке нашей эры. Это неудивительно, потому что в Индии с древних пор счет велся в десятичной системе счисления. В Европе десятичные дроби появились на 1000 лет позже, их ввел бельгийский ученый Симон Стевин. Он же в 1584 году впервые опубликовал таблицы процентов. Знак % происходит, как полагают, от итальянского слова **cento** (сто), которое в простых расчетах часто писалось как **cto** . Отсюда путем дальнейшего упрощения в скорописи буквы **t** в наклонную черту произошел современный символ для обозначения процента. Ныне процент – это частный вид десятичных дробей, сотая доля целого (принимаемого за 1).

2) Давайте вместе решим задачу: Ивану Царевичу, чтобы сорвать золотое яблочко, нужно было проскакать на волке до волшебного сада 100 км. За 1 час он проскакал 35 % всего пути Сколько километров он одолел и сколько ему осталось?

Решение: весь путь принимаем за 100 %. Значит, на 1 % приходится 1 км. А на 35 % - 35 км. Значит, Иван Царевич одолел 35 км, а осталось ему – 65км.

2) Тема урока: «Решение задач на сплавы и смеси»

Задача 1: При смешивании 5%-ного раствора кислоты с 40%-ным раствором кислоты получили 140г 30%-ного раствора. Сколько грамм каждого раствора было для этого взято?

Решение 1 способом: проследим за содержанием кислоты в растворах. Возьмем для смешивания x г 5%-ного раствора кислоты (или $5/100 \cdot x$ г) и y г 40%-ного раствора (или $40/100 \cdot y$ г). Так как в 140 г нового раствора кислоты стало содержаться 30%, т.е. $30/100 \cdot 140$ г, то получаем следующее уравнение: $5/100 \cdot x + 40/100 \cdot y = (30 \cdot 140) / 100$. Кроме того, $x + y = 140$. Таким образом, приходим к следующей системе уравнений: $5x + 40y = 30 \cdot 140$,

$x + y = 140$.

Из этой системы находим $x=40$, $y=100$. По смыслу задачи $0 < x < 140$, $0 < y < 140$. Найденные значения x и y этим условиям удовлетворяют. Итак, 5%-ного раствора кислоты следует взять 40 г, а 40%-ного раствора – 100 г.

А теперь, ребята, давайте попробуем решить эту задачу старинным способом. Задачам подобного типа уделялось значительное внимание в старинных рукописях и «Арифметике» Л.Ф.Магницкого.

Решение старинным способом: Друг под другом запишем содержание кислот имеющихся растворов, слева от них и примерно посередине – содержание кислоты в растворе, который должен получиться после смешивания. Соединив написанные числа черточками, получим такую схему:

5 .

30

40

Рассмотрим пары 30 и 5; 30 и 40. В каждой паре из большего числа вычтем меньшее и результат запишем в конце соответствующей черточки. Получится такая схема: 5 10

30

40 25

Из нее делается заключение, что 5%-ного раствора следует взять 10 частей, а 40%-ного – 25 частей, т.е. для получения 140 г 30%-ного раствора нужно взять 5%-ного раствора 40 г, а 40%-ного – 100 г.

Отметим, что старинный способ решения задач на смешивание (сплавление) двух веществ всегда позволяет получить правильный ответ.

Приложение № 3 – исторические задачи

1. **Задача по теме «Теорема Пифагора» - Египетская задача:**

С помощью веревки в 12 единиц длины построить прямоугольный треугольник.

Решение: задача эта известна издревле также под названием «правила веревки». На веревке отмеривались три последовательных отрезка длиной в 3, 4 и 5 единиц длины. Если теперь соединить концы этой веревки и натянуть ее на третьем и седьмом делении, то получится прямоугольный треугольник. Приемом этим пользовались еще древние

египтяне при постройке пирамид. Быть может, поэтому египетское слово для названия землемеров в дословном переводе значит «вытягиватель веревки».

Нынешние землемеры для получения прямого угла также прибегают к подобному приему, отмечая на своих землемерных цепях такую комбинацию из трех целых чисел, которая выражала бы длины сторон прямоугольного треугольника с соизмеримыми сторонами. Числа эти должны удовлетворять условию Пифагоровой теоремы, т.е. сумма квадратов двух из них должна быть равна квадрату третьего числа. Взятые выше целые числа 3, 4, 5 удовлетворяют этому условию: $3^2 + 4^2 = 5^2$. Но легко видеть, что подобных чисел можно найти сколько угодно. Все эти так называемые Пифагоровы числа заключаются в тождественном равенстве, которое каждый легко может проверить: $(a^2 + b^2/2) = a^2b^2 + (a^2 - b^2/2)^2$.

Здесь, значит, ab и $a^2 - b^2/2$ дают катеты, а $a^2 + b^2/2$ соответствующую им гипотенузу. Если вместо a и b подставлять два любых нечетных и первых между собой числа, то и будем получать различные требуемые треугольники и притом такие, что стороны одного не будут кратными сторонами другого какого – либо треугольника. Такие же Пифагоровы числа можно получать и на основании тождества $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$, подставляя сюда вместо m и n какие угодно целые числа. Вот небольшая табличка части Пифагоровых чисел, решающих египетскую задачу: 3, 4, 5; 5, 12,13; 7, 24, 25; 9, 40, 41; 11, 60, 61; 13, 84, 85; 15, 8, 17; 15, 112, 113; 17, 144, 145; 19, 180, 181; 21, 20, 29; 27, 36, 45; 33, 56, 65; 35, 12, 37; 39, 80, 89; 45, 28, 53; 45, 108, 117

2. Задачи из старинных рукописей и «Арифметики» Л.Ф.Магницкого

1) На мельнице имеется три жернова. На первом из них за сутки можно смолоть 60 четвертей зерна, на втором 54 четверти, а на третьем 48 четвертей. Некто хочет смолоть 81 четверть зерна за наименьшее время на этих трех жерновах. За какое наименьшее время можно смолоть зерно и сколько для этого на каждый жернов надо зерна насыпать?

2) У пятерых крестьян – Ивана, Петра, Якова, Михаила и Герасима – было 10 овец. Не могли они найти пастуха, чтобы пасти овец, и говорит Иван остальным: «Будем, братцы, пасти овец по очереди – по столько дней, сколько каждый из нас имеет овец». По сколько дней должен каждый крестьянин пасти овец, если известно, что у Ивана в два раза меньше овец, чем у Петра, у Якова в два раза меньше, чем у Ивана; Михаил имеет овец в два раза больше, чем Яков, А Герасим - вчетверо меньше, чем Петр?

3) Хозяин нанял работника на год и обещал ему дать 12 рублей и кафтан. Но тот, проработав только 7 месяцев, захотел уйти. При расчете он получил кафтан и 5 рублей. Сколько стоит кафтан?

3. Задачи из книг, изданных в XVIII веке (после «Арифметики» Л.Ф.Магницкого)

1) Некто продает двух коней с седлами, из коих цена одного седла 120 рублей, а другого - 25 рублей. Первый конь с хорошим седлом втрое дороже другого с дешевым седлом, а другой конь с хорошим седлом вдвое дешевле первого коня с дешевым седлом. Какова цена каждого коня?

2) Хозяин имеет три бочки А, В, С. Бочка А наполнена квасом, бочки В и С – пустые. Если квасом из бочки А наполнить бочку В, то в бочке А останется 2/5 ее содержимого. Если же квасом из бочки А наполнить бочку С, т о в бочке А останется 5/9 ее содержимого. Чтобы наполнить обе бочки В и С,

надо взять содержимое бочки А и еще добавить 4 ведра кваса. Сколько ведер кваса вмещает каждая бочка?

3) В квадрате, состоящем из 16 клеток, расставить четыре буквы a, четыре буквы b, четыре буквы c, четыре буквы d так, чтобы в каждом горизонтальном ряду и в каждом вертикальном ряду любая из букв a, b, c, d встречалась только один раз. Сколько существует различных расстановок букв?

Приложение № 4 – алгоритм Евклида

Евклид нашел замечательный способ отыскания НОД без какой бы то ни было предварительной обработки чисел. Впоследствии этот способ стали называть алгоритмом Евклида. Прежде чем познакомиться с этим способом, нам придется повторить деление с остатком. Для любых двух целых чисел a и b всегда единственным образом найдутся два таких целых числа q и r, что

$a = bq + r, \quad 0 \leq r$

Например, если a=72, b=-18, то q=-4, r=0; если a=38, b=7, то q=5, r=3; a называется делимым, b – делителем, q – частным, r – остатком.

Теперь можно познакомиться с Алгоритмом Евклида. Пусть требуется найти НОД(102; 84). Найдем для этих чисел q и r, т.е. разделим одно на другое и определим остаток: $102 = 84 \cdot 1 + 18, \qquad 0 < 18 < 84.$

Теперь проделаем такую же операцию для чисел 84 и 18:

$84 = 18 \cdot 4 + 12, \qquad 0 < 12 < 18.$

Следующий шаг - для 18 и 12:

$18 = 12 \cdot 1 + 6, \qquad 0 < 6 < 12.$

Теперь – для 12 и 6: $12 = 6 \cdot 2 + 0, \qquad 0 = r$.

Процесс закончился.

В последнем равенстве остаток, равный нулю, можно было бы и не писать.

Может ли этот процесс оказаться бесконечным? Нет, потому что остатки убывают, оставаясь неотрицательными, целыми числами, множество которых, как мы знаем, ограничено снизу: $84 > 18 > 12 > 6 > 0$.

Отметив эту закономерность, вытекающую из неравенств, присмотримся к записанным равенствам. Из первого ясно, что всякий делитель чисел 102 и 84, в том числе и наибольший, должен быть также и общим делителем, в том числе и наибольшим, чисел 84 и 18. Попробуйте ответить, почему. Из второй строчки видно, что делители чисел 18 и 84, 18 и 12 равны и НОД(84, 18) = НОД(18, 12). Третья строчка показывает, что делители 18 и 12, 12 и 6 равны и НОД(18, 12) = НОД(12, 6). Но из последней строчки видно, что число 6 (последний не равный нулю остаток в нашей цепочке равенств) делит нацело число 12 и является НОД чисел 6 и 12, а, следовательно, и 12 и 18, и 18 и 84, и 84 и 102. Таким образом НОД(102, 84) = 6; мы даже и не пытались разложить на множители числа 102 и 84.

Вот эта последовательность операций и называется алгоритмом Евклида. Удобство алгоритма Евклида становится особенно заметным, если применить хорошо продуманную форму записи, например такую:

102	84	18	12	6
	1	4	1	2

В этой табличке сначала записывают исходные числа, делят в уме, записывая остатки справа, а частные – внизу, пока процесс не закончится. Последний делитель и есть НОД.

Найдем НОД(1920; 1536):

1920	1536	384
	1	4

НОД(1920; 1536) = 384.

Обратите внимание на последний пример. В нем первый остаток оказался уже и последним. Если искать в этом примере НОД путем разложения чисел на множители, то работа займет значительно больше времени. Проверьте!

Оказывается без разложения на множители можно обойтись и при нахождении наименьшего общего кратного чисел.

Приложение № 7 – о старинных русских мерах длины.
Что это такое:
Поутру с сажень, в полдень – с пядень,
А к вечеру через поле хватает» *(Тень)*
Малые старинные русские меры длины – *пядь и локоть.*
Приложение № 8 - исторические задачи по теме «Единицы длины»

1.Собака усмотрела зайца в 150 саженях от себя. Заяц пробегает за 2 минуты 500 саженей, а собака – за 5 минут 1300 саженей. За какое время собака догонит зайца?

2.Послан человек из Москвы в Вологду, и велено ему в хождении своем совершать во всякий день по 40 верст. На следующий день вслед ему послан второй человек, и приказано ему проходить в день по 45 верст. На какой день второй человек догонит первого?

3.Идет один человек в другой город и проходит в день по 40 верст, а другой человек идет навстречу ему из другого города и в день проходит по 30 верст. Расстояние между городами 700 верст. Через сколько дней путники встретятся?

4.Путешественник идет из одного города в другой 10 дней, а второй путешественник тот же путь проходит за 15 дней. Через сколько дней встретятся путешественники, если выйдут одновременно навстречу друг другу из этих городов?